

Pembangkitan Fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan Metode Transformasi Affine

Ellenda Alkhori, Kosala Dwidja Purnomo, Bagus Juliyanto
Jurusan Matematika, Universitas Jember
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Jember
Email: ellendarisell@gmail.com, kosala.fmipa@unej.ac.id, bagus.fmipa@unej.ac.id

Info Artikel

Riwayat Artikel:

Diterima: 21 Oktober 2019
Direvisi: 18 November 2019
Diterbitkan: 15 Januari 2020

Kata Kunci:

Fraktal
Koch Anti-Snowflake
Transformasi Affine

ABSTRAK

Fractal Koch Anti-Snowflake (m, n, c) is a developmental form of fractal Koch Anti-Snowflake with variation of m is initiator (basic form) using polygon- m ($3 \leq m \leq 6$) and with variation of n is generator (iteration) using polygon- n ($3 \leq n \leq 6$). While c the size of the middle segment that removed on each side of initiator. Each iteration on generation procedure of Koch Anti-Snowflake (m, n, c) using affine transformation method will produce several forms, the first form is Koch Anti-Snowflake (m, n, c) that does not intersect with variation of initiator polygon- m ($3 \leq m \leq 6$), variation of generator polygon- n ($3 \leq n \leq 6$), and the selected c value that is a half the c upper limit value have been specified. The Second forms is Koch Anti-Snowflake (m, n, c) coincide with a variation of the initiator polygon- $3 \leq m \leq 6$, variation of generator polygon- n ($3 \leq n \leq 6$) and there are variation value of c which is less than half of the upper limit in the value of c selected. The third form is Koch Anti-Snowflake (m, n, c) intersect with a variation of the initiator polygon- m ($m = 3$) and variation of generator polygon- n ($3 \leq n \leq 5$), variation of the initiator polygon- m ($3 \leq m \leq 5$) and variation of generator polygon- n ($n = 3$) with the selected variation c value which is close enough with the upper limit of c value specified is $c - 0,00001$.

Copyright © 2017 SIMANIS.
All rights reserved.

Corresponding Author:

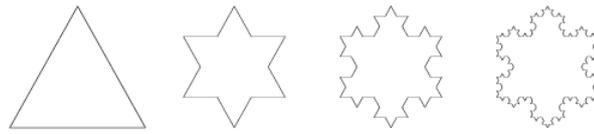
Ellenda Alkhori
Department of Mathematics,
University of Jember,
Jl. Kalimantan 37 Jember, Jawa Timur, Indonesia 68121
Email: kosala.fmipa@unej.ac.id

1. PENDAHULUAN

Fraktal merupakan sebuah bentuk geometri kompleks dan atau sebuah fenomena alam yang dibangun melalui instruksi sederhana berulang dengan sifat *self-similarity*. Beberapa bentuk matematis yang termasuk ke dalam fraktal antara lain: segitiga Sierpinski, *Koch Snowflake*, kurva Hilbert dan himpunan Mendelbrot [1].

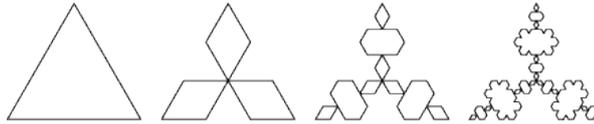
Fraktal kurva *Koch* (n, c) merupakan bentuk variasi dari fraktal kurva *Koch* yang dibangun dari inisiator (bentuk dasar) berupa satu segmen garis lurus dengan n merupakan variasi bentuk generator (perulangan) yaitu menggunakan poligon segi- n , sedangkan c merupakan ukuran segmen tengah yang akan dihilangkan sepanjang sisi inisiatornya.

Fraktal *Koch Snowflake* merupakan bentuk perkembangan dari fraktal kurva *Koch* yang dapat divariasikan dalam bentuk luas berkurang atau yang biasa dikenal dengan sebutan *Koch Anti-Snowflake*. Pembangkitan fraktal *Koch Anti-Snowflake* dibentuk dengan cara yang berlawanan dari *Koch Snowflake* luas bertambah yaitu dengan cara membangkitkan generatornya pada setiap sisi inisiator ke arah dalam atau menuju pusat. Bentuk fraktal *Koch Snowflake* dapat dilihat pada Gambar 1 dan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* dapat dilihat pada Gambar 2.



Gambar 1. Koch Snowflake

[2]



Gambar 2. Koch Anti-Snowflake

[3]

Penentuan batas nilai c penting diperhatikan agar tidak terjadi saling tumpang-tindih atau berpotongan dalam setiap pembangkitan generatornya dengan aturan c seperti pada Persamaan (1) dan Persamaan (2).

$$c < \frac{\sin^2\left(\frac{\pi}{n}\right)}{\cos^2\left(\frac{\pi}{n}\right)+1} \quad (1)$$

untuk generator poligon segi- n genap dengan batas $0 < c < 1$

dan
$$c < 1 - \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) \quad (2)$$

untuk generator poligon segi- n ganjil dengan batas $0 < c < 1$.

Setiap pembangkitan generatornya menggunakan bentuk poligon segi- $n \geq 3$ dengan sudut α dan θ sebesar:

$$(\alpha) = 180^\circ - \theta \quad (3)$$

$$(\theta) = \frac{(n-2)}{n} \times 180^\circ \quad (4)$$

[4]

Setiap pembangkitan generator poligon segi- n ($3 \leq n \leq 6$) menggunakan nilai c yang berbeda-beda berdasarkan pada Persamaan (1) dan Persamaan (2) yang telah diperbolehkan, hal tersebut dikarenakan agar tidak saling tumpang-tindih atau berpotongan antara pembangkitan generatornya. Bentuk generator poligon segi- n ($3 \leq n \leq 6$) dengan batas nilai c dapat dilihat pada Tabel 1 di bawah ini:

Tabel 1. Bentuk Generator Dan Batas Nilai c

Poligon Segi- n	Batas Nilai c
3	$0 < c < 0,5$
4	$0 < c < 0,33333$
5	$0 < c < 0,19098$
6	$0 < c < 0,14286$
7	$0 < c < 0,099031$
8	$0 < c < 0,079009$

Beberapa objek fraktal dapat dikonstruksi secara matematis dengan berbagai cara salah satunya menggunakan transformasi affine dengan aturan konstruksi berupa rotasi, translasi, dilatasi, refleksi dan *shearing* atau pembebanan.

Berdasarkan uraian di atas, penulis ingin melakukan penelitian mengenai pembangkitan fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang bervariasi menggunakan metode transformasi affine, dengan m merupakan variasi inisiator (bentuk dasar) yaitu menggunakan bentuk poligon segi- m ($3 \leq m \leq 6$) dan n merupakan variasi bentuk generator (perulangan) yang akan dibangkitkan pada segmen tengah di setiap sisi inisiatornya yaitu menggunakan poligon segi- n ($3 \leq n \leq 6$) dengan panjang dari setiap sisi generatornya tersebut adalah sebesar c . Sedangkan c merupakan ukuran segmen tengah yang akan dihilangkan pada setiap sisi inisiatornya.

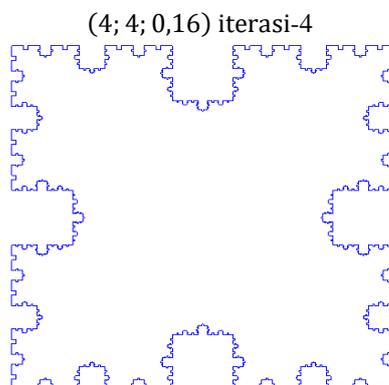
2. METODE PENELITIAN

Setiap iterasi dalam prosedur pembangkitan fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) menggunakan metode transformasi affine dengan beberapa aturan konstruksi yaitu dilatasi, translasi, dan rotasi. Pembangkitan fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) terdiri dari beberapa prosedur yaitu pertama menentukan inisiator (m) dengan bentuk poligon segi- m ($3 \leq m \leq 6$), kedua menentukan nilai c pada sisi alas inisiator (m) dengan membagi segmen sisi alas inisiator (m) tersebut menjadi tiga bagian, ketiga membangkitkan generator (n) pada sisi alas inisiator (m) atau pada \overline{AB} yang merupakan panjang segmen dari titik A ke titik B dengan bentuk generatornya yaitu poligon segi- n ($3 \leq n \leq 6$) pada segmen tengah yang telah dihilangkan dengan panjang dari setiap sisi generatornya tersebut adalah sebesar c , keempat membangkitkan generator (n) *Koch Anti-Snowflake* hingga iterasi- i yang akan menghasilkan kurva *Koch* dengan pembangkitan generator (n) tersebut dilakukan pada setiap sisi segmen yang dihasilkan dari iterasi sebelumnya, dan kelima membangkitkan generator (n) atau kurva *Koch* pada sisi inisiator (m) lain sehingga akan menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan inisiator (bentuk dasar) poligon segi- m ($3 \leq m \leq 6$).

3. HASIL DAN ANALISIS

Pada tampilan visualisasi program dihasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($3 \leq m \leq 6$), generator (n) yang akan dibangkitkan adalah poligon segi- n ($3 \leq n \leq 6$) dan batas nilai c yang digunakan bergantung pada persamaan (1) dan (2). Penelitian ini dibatasi dengan bentuk inisiator (m) dan generator (n) hanya pada bentuk poligon segi-6 hingga iterasi-4. Sedangkan variasi nilai c dipilih sebanyak tiga variasi yaitu setengah dari batas atas nilai c yang diperbolehkan, ada variasi nilai c yang dipilih yaitu kurang dari setengah batas atas nilai c yang diperbolehkan, dan variasi nilai c yang cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan yaitu sebesar $c = 0,0001$. Hasil visualisasi fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dapat dilihat pada Gambar 3 dalam sub-bab 1, Gambar 4 dalam sub-bab 2, Gambar 5 dan Gambar 6 dalam sub-bab 3.

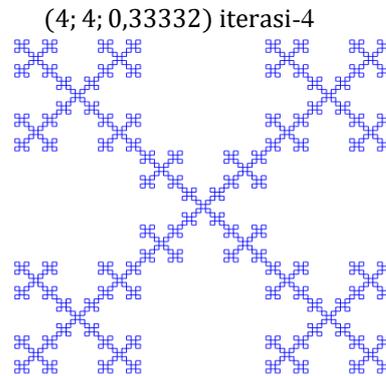
3.1. Fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) Tidak Berpotongan



Gambar 3. Bentuk inisiator segiempat dan generator segiempat dengan nilai $c = 0,16$

Pada Gambar 3 merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 4$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 4$) dan batas nilai c yang dipilih adalah setengah dari batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,16$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) yang tidak berpotongan.

3.2. Fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) Berhimpit

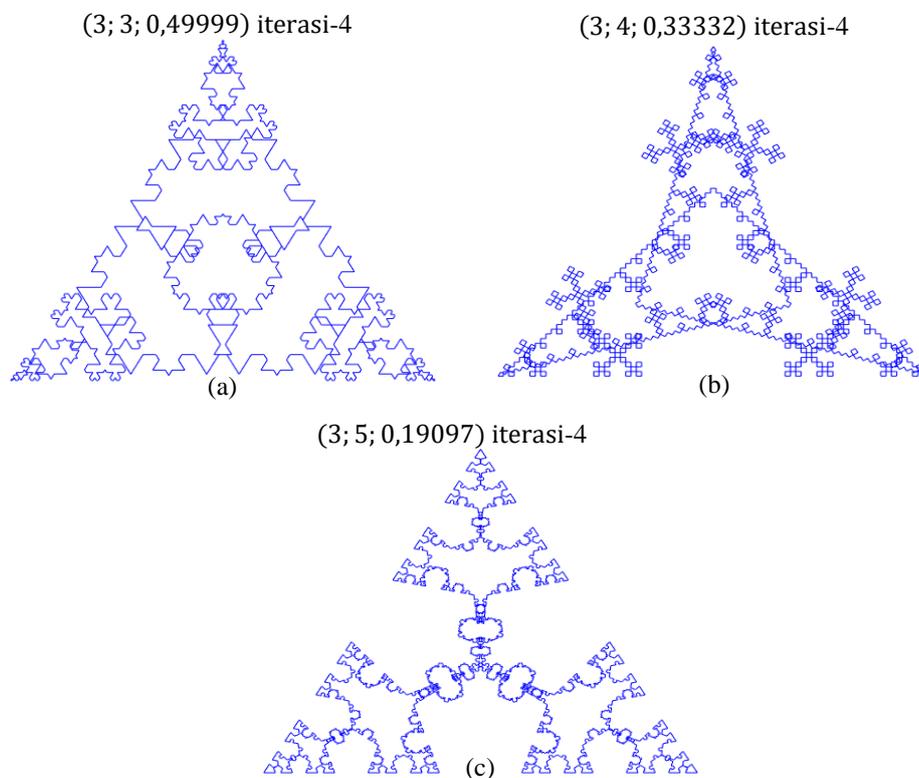


Gambar 4. Bentuk inisiator segiempat dan generator segiempat dengan nilai $c = 0,33332$

Pada Gambar 4 merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 4$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 4$) dan ada variasi nilai c yang dipilih yaitu kurang dari setengah batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,33332$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berhimpit.

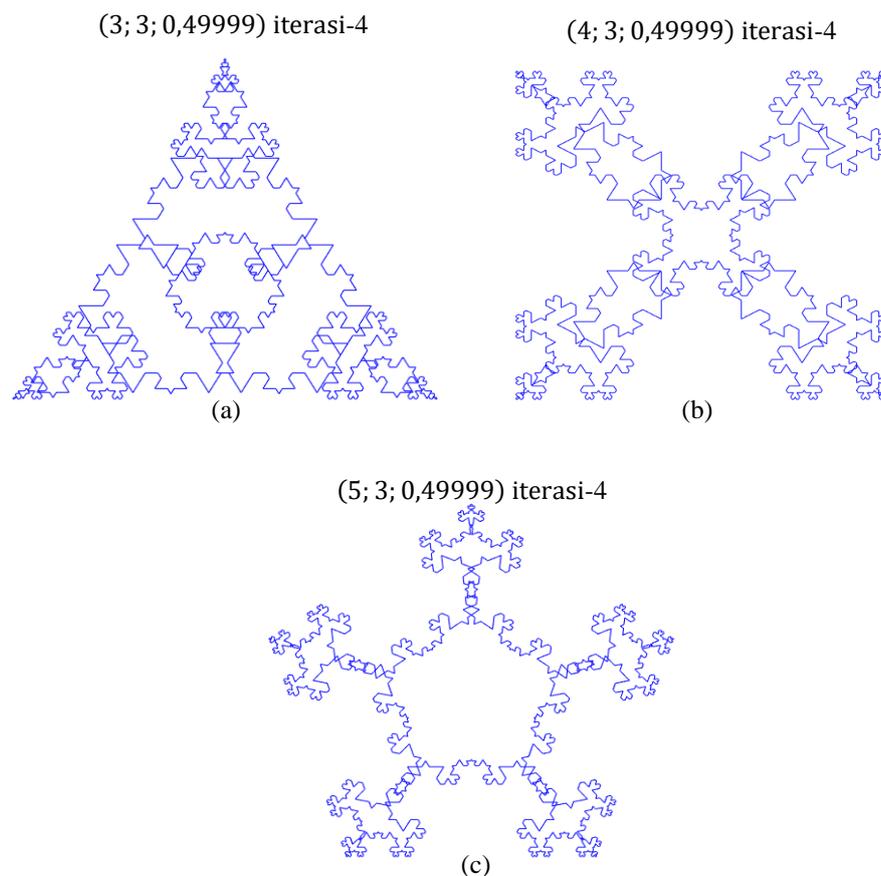
3.2. Fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) Berpotongan

Hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan dapat menghasilkan dua variasi yaitu inisiator dengan nilai $m = 3$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $3 \leq n \leq 5$ dapat dilihat pada Gambar 5 (a), Gambar 5 (b), dan Gambar 5 (c). Sedangkan variasi yang kedua yaitu inisiator dengan nilai $3 \leq m \leq 5$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $n = 3$ dapat dilihat pada Gambar 6 (a), Gambar 6 (b), dan Gambar 6 (c). Kedua bentuk variasi tersebut dipilih variasi nilai c cukup mendekati dari batas atas nilai c yang diperbolehkan yaitu sebesar $c - 0,00001$.



Gambar 5. Bentuk inisiator segiempat dan generator (a) segitiga dengan nilai $c = 0,49999$ (b) segiempat dengan nilai $c = 0,33332$ dan (c) segilima dengan nilai $c = 0,19097$

Pada Gambar 5 (a) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 3$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 3$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,49999$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan. Gambar 5 (b) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 3$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 4$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,33332$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan. Gambar 5 (c) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 3$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 5$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,49999$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan.



Gambar 6. Bentuk generator segitiga dengan inisiator (a) segitiga (b) segiempat dan (c) segi lima dengan nilai $c = 0,49999$

Selanjutnya pada Gambar 6 (a) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 3$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 3$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,49999$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan. Gambar 6 (b) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 4$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 3$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,49999$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan. Gambar 6 (c) merupakan hasil visualisasi bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) dengan variasi inisiator (m) yang digunakan adalah poligon segi- m ($m = 5$), variasi generator (n) yang akan dibangkitkan pada sisi inisiator (m) adalah poligon segi- n ($n = 3$) dan variasi nilai c yang dipilih yaitu cukup mendekati batas atas nilai c yang diperbolehkan ($c = 0,49999$) dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan.

4. KESIMPULAN

Berdasarkan hasil dan pembahasan yang telah dijabarkan pada bab sebelumnya, maka penelitian ini dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Inisiator dengan nilai $3 \leq m \leq 6$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $3 \leq n \leq 6$ dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) tidak berpotongan dengan nilai c yang dipilih yaitu setengah dari batas atas nilai c yang diperbolehkan.
2. Inisiator dengan nilai $3 \leq m \leq 6$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $3 \leq n \leq 6$ dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berhimpit dan ada variasi nilai c yang dipilih yaitu kurang dari setengah batas atas nilai c yang diperbolehkan
3. Inisiator dengan nilai $m = 3$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $3 \leq n \leq 5$; inisiator dengan nilai $3 \leq m \leq 5$ dan generator yang dibangkitkan dengan nilai $n = 3$ dapat menghasilkan bentuk fraktal *Koch Anti-Snowflake* (m, n, c) berpotongan dengan variasi nilai c cukup mendekati dari batas atas nilai c yang diperbolehkan yaitu sebesar $c - 0,00001$.

UCAPAN TERIMAKASIH

Kami mengucapkan terimakasih kepada rektor Universitas Jember melalui LP2M dan Keris Gerbang Mata atas dukungan dana untuk kegiatan ini.

REFERENSI

- [1] Romadiastri, Y. 2013. Batik Fraktal: Pengembangan Aplikasi Geometry Fraktal. *Jurnal Matematika*, vol. 1(1): 2-25. Semarang: IAIN Walisongo Semarang.
- [2] Wesstein, Eric W. 2008. *Koch Snowflake*. Wolfram Web Resource Mathworld: <http://mathworld.wolfram.com/Kochsnowflake.html> [Diakses 2 November 2018].
- [3] Wesstein, Eric W. 2008. *Koch Anti-Snowflake*. Wolfram Web Resource Mathworld: <http://mathworld.wolfram.com/KochAntisnowflake.html> [Diakses 20 Januari 2019].
- [4] Kaleti, T dan Paquette, E. 2010. The Trouble With Von Koch Curves Built From n Gons. *The American Mathematical Monthly*, vol. 117: 124-137.